

Контрольная работа № 1. Вариант № 1

1. Определить тип уравнения. Привести обоснование выбора типа уравнения.

$$0,2 \frac{\partial u}{\partial t} = 5 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2x^2 \quad u = u(t, x)$$

2. Определить порядок аппроксимации разностной схемы

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} + 8 \frac{u_j^n - u_{j-1}^n}{h} = e^{n \cdot \Delta t (j-1)h},$$

аппроксимирующей уравнение $\frac{\partial u}{\partial t} + 8 \frac{\partial u}{\partial x} = e^{tx}$ в точке (t^n, x_j) .

3. Методом гармоник провести исследование устойчивости явной разностной схемы

$$0,2 \frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 5 \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} + 2h^2(j-1)^2,$$

аппроксимирующей уравнение $0,2 \frac{\partial u}{\partial t} = 5 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2x^2$.

4. Для уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 7 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 5t \quad u = u(t, x) \quad u(t=0, x) = 0 \quad \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x}(t, x=0) = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x}(t, x=1) = 0 \end{cases}$$

записать схему Кранка–Николсона. Привести схему к виду, удобному для использования метода прогонки. Проверить сходимость прогонки. Записать рекуррентное прогоночное соотношение. Найти α_1 , β_1 . Найти $u_{N_x}^{n+1}$. Записать блок-схему алгоритма.

5. Для уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 0,8 \frac{\partial u}{\partial x} = 3 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2u \quad u = u(t, x) \quad u(t=0, x) = 0 \quad \begin{cases} u(t, x=0) = t \\ u(t, x=1) = t^2 \end{cases}$$

записать явную разностную схему. Записать рекуррентное соотношение. Привести алгоритм решения схемы.