

Тип ур-н II порядка

$$A_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + A_{12} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + A_{22} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x, y, u, u'_x, u'_y)$$

$$D = A_{21}^2 - A_{11} \cdot A_{22}$$

$D > 0$ гиперболический тип

$D = 0$ эллиптический тип

$D < 0$ параболический тип

Эллиптические

ур-н описывают
стационарные процессы

нет $\frac{\partial u}{\partial t}$,

нет изменения во
времени

параболические
и гиперболические

ур-н описывают
нестационарные проц

есть $\frac{\partial u}{\partial t}$,

есть изменение во
времени

гиперболические ур-н
используются для описания
- колебаний струн, мембран
- электромагнитного поля
и др

$$a_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2a_{12} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + a_{22} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x, y, u, u', u'')$$

$$D = a_{12}^2 - a_{11} \cdot a_{22} \quad D > 0 \text{ гипер}$$

$$D < 0 \text{ эллипс}$$

$$D = 0 \text{ парабола}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t)$$

$$a_{11} = 1$$

$$D = a_{12}^2 - a_{11} \cdot a_{22} >$$

$$a_{12} > 0$$

$$0 - 1 \cdot 0 > 0$$

$$a_{22} > 0$$

парабола

$$a \frac{\partial u}{\partial x} = b \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0$$

$$\lambda \cdot \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) = f(x, y)$$

$$a_{11} = \lambda$$

$$a_{12} = 0$$

$$D = \begin{vmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 \neq 0$$

$$a_{22} = \lambda$$

симметрично

$$\nabla \frac{\partial \psi}{\partial x} = D_L \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + D_R \frac{\partial^2 \psi}{\partial R^2} + \frac{D_R}{R} \frac{\partial \psi}{\partial R} - K \psi = 0$$

$$a_{11} = D_L$$

$$D = \begin{vmatrix} D_L & 0 \\ 0 & -D_2 \end{vmatrix} \neq 0$$

$$a_{12} = 0$$

симметрично

$$a_{22} = D_R$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} + v \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = -\kappa c \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} + v \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = -\kappa c^2 \quad (2)$$

$$c' = \frac{c}{c_0} \quad t' = \frac{t}{t_0} \quad x' = \frac{x}{x_0} \quad (3)$$

$$\kappa' = \frac{\kappa}{\kappa_0} \quad v' = \frac{v}{v_0} \quad \kappa_0 - ?$$

$$v_0 - ?$$

подставляем в (1)

$$\frac{\partial (c' c_0)}{\partial (t' t_0)} + v' v_0 \frac{\partial (c' c_0)}{\partial (x' x_0)} = -\kappa' \kappa_0 \cdot c' c_0$$

$$\boxed{\frac{c_0}{t_0}} \cdot \frac{\partial c'}{\partial t'} + v' \cdot \boxed{\frac{v_0 c_0}{x_0}} \frac{\partial c'}{\partial x'} = -\kappa' c' - \kappa_0 \boxed{c_0}$$

группируем на c_0 :

$$\frac{\partial c'}{\partial t'} + v' \cdot \boxed{\frac{v_0 t_0}{x_0}} \frac{\partial c'}{\partial x'} = -\kappa' c' \cdot \boxed{\frac{\kappa_0 t_0}{c_0}}$$

$$\frac{v_0 t_0}{x_0} = 1 \Rightarrow v_0 = \frac{x_0}{t_0}$$

$$\kappa_0 \cdot t_0 = 1$$

$$\kappa_0 = \frac{1}{t_0}$$

граничные условия:

(N)

$$\frac{\partial c}{\partial t} + v \frac{\partial c}{\partial x} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad x \in [a; b]$$

$$c(t=0, x) = c^0(x), \text{ например: } c(t=0, x) = x$$

1) Граничные уал. I рода:

$$c(t, x=a) = \varphi_1(t), \text{ например, } c(t, x=a) = t^2$$

$$c(t, x=b) = \varphi_2(t) \quad c(t, x=b) = t$$

2) Граничные уал. II рода

$$\frac{\partial c}{\partial x}(t, x=a) = \varphi_1(t)$$

$$\frac{\partial c}{\partial x}(t, x=a) = t^2$$

$$\frac{\partial c}{\partial x}(t, x=b) = \varphi_2(t)$$

3) Граничные уал. 3 рода

$$\frac{\partial c}{\partial t}(t, x=a) = \beta \cdot [c(t, x=a) - c_1]$$

$$\frac{\partial c}{\partial t}(t, x=b) = \beta [c(t, x=b) - c_2]$$

Здесь в частных производных 1 порядка

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial x} = f(t, x, u), \quad u = f(t, x)$$

$$v > 0$$

карт. укл. $u(t=0, x) = u^0(x)$

I рода

гран. укл. $u(t, x=a) = \varphi_1(t)$ если $v > 0$

$u(t, x=b) = \varphi_2(t)$ если $v < 0$